

用边界面法分析含有孔洞结构的稳态传热问题

覃先云^{1*}, 张见明¹

¹湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 湖南长沙, 410082

Email: blueqxy@yahoo.com.cn

摘要

温度、流量在含有孔洞的结构中分布是复杂的, 只能通过数值方法进行模拟, 如有限元法、边界元法等。当管状孔洞的直径相对于结构尺寸很小时, 结构的有限元离散是相当复杂的。由于在有限元法中, 需要网格从密到稀疏合理过渡, 使得小孔的存在导致大量数目的体网格。此外, 有限元法需要特别密的网格才能反映热集中现象, 这将会导致很大的计算规模, 甚至超出现有的计算能力。

相比与有限元法, 边界元法在分析复杂结构问题时具有一些显著优点。例如, 只需要结构的表面离散而不是结构域离散; 能够精确地模拟热集中现象。然而, 传统边界元法仍然需要细密的表面网格表达细小管状孔洞, 这也会导致较大的计算规模。对自由形状的管状孔洞, 生成合适质量的表面网格也是很困难的。为简化网格生成和获得更好的效率, 许多学者做了大量的工作。Banerjee 等^[3-4]提出了一种‘孔单元’(Hole element)来近似模拟具有圆截面的管状孔。这些工作的基本思想是在小孔表面上导出边界积分方程的近似格式。利用‘孔单元’在孔的圆周方向上进行解析积分, 把小孔表面上的二维面积分转化为沿着孔长度方向上的一维线积分。但是, 解析积分是相当复杂的, 并且跟所分析问题的基本解有关。此外, 实现解析积分的一个前提假设是孔在几何形状上是对称的, 因此只适合圆柱或圆锥这样的管状小孔。对沿长度方向自由弯曲的孔, 这些积分将会导致不好的精度。

总之, 用数值方法分析这类结构时存在两大难点: (1) 能否对含有任意几何形状的管状孔洞结构建立合适的网格离散模型; (2) 能否精确地反映出由孔洞引起的热集中现象。本文在边界面法^[1-2]中采用一种新的网格方案离散边界积分方程以克服上述的两大难点。在该方案中, 可以用少数的曲面单元在几何上精确模拟细小通孔, 能在很大程度上降低了网格离散难度和计算规模。用稀疏的‘管道单元’(Tube element)模拟管状孔, 这种单元类似于 Banerjee 等提出的‘孔单元’。管道单元中的形函数跟孔单元完全一致, 形函数是三角函数与拉格朗日插值函数的乘积, 在圆周方向采用三角函数做为形函数, 在长度方向则使用一般的拉格朗日多相式形函数。但是, 管道单元位于孔表面的参数空间, 完全依附其表面上, 可以用较细长的这类单元在几何上精确地表达任意形状的孔道。另外, 文献中[3-4]‘孔单元’没有考虑孔跟结构的外表面相交的情况, 实际结构中的孔都处理成为盲孔。这样处理会进一步引进局部误差。本文提出了一类新的具有负区域的三角形单元表达通孔的端面。在计算边界积分时, 首先对完整的三角形单元进行积分, 最后再将三角形积分单元中负部分上的积分从总的积分中减去。

在本文方法中, 孔表面上的边界积分通过数值方法进行计算, 而不是像文献[3-4]等采用半解析方法。因此, 本文方法的应用不局限于形状对称的孔道, 而适用于任意形状的孔。数值计算长条单元上的边界积分是成功实现分析这类结构的一个关键因素, 本文对这类单元上的近奇异积分和奇异性积分做了特殊处理。

为验证文中方法的正确性及优越性, 给出了如图 1 所示的复杂计算实例, 在 $10 \times 10 \times 10$ 的立方体中含有大量自由形状的管状孔洞。孔的数量为 100, 孔的半径都为 0.05。体边长与孔的半径比

为 200。根据满足 Laplace 方程的三次精确解^[1]，给该结构的每个面给定相应的温度边界条件。利用 1994 个曲面单元和 7782 个节点离散该复杂结构表面。每个细长孔洞表面只离散为 3 个管道单元。

边界上的评估点位于某一小孔表面，沿孔长度方向均匀分布。评估点的法向流量和其沿 y 坐标方向分量的计算结果如图 2 所示。从图可以明显地看出，计算结果跟精确解吻合的很好。靠近孔两端的计算结果也很精确，这说明在孔的两端处采用含负区域三角形单元是合理有效的。算例表明本文方法很容易对该复杂结构生成表面网格，并且可以使用相当较少的单元和节点分析该结构。因此，能极大地降低整个计算时间和内存等需求。当含有更多数量的小孔时，这方面的优点将显得尤为明显。结构中自由形状小孔在 CAD 模型中是以 NURBS 曲面表达的。在计算过程中，利用 CAD 软件的接口函数直接访问每个自由曲面上的几何数据，如空间坐标和法向量等，直接在 CAD 模型上完成计算分析。

参考文献：

1. J.M. Zhang, X.Y. Qin, X. Han, G.Y. Li. A boundary face method for potential problems in three dimensions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2009, 80:320–337.
2. X.Y. Qin, J.M. Zhang, G.Y. Li, X.M. Sheng, Q. Song, A finite element implementation of the boundary face method for potential problems in three dimensions. *Engineering Analysis with Boundary Element*, 2010, 34:934–943.
3. D.P. Henry, P .K. Banerjee. Elastic analysis of three-dimensional solids with small holes by BEM. *International Journal for Numerical methods in Engineering*, 1991, 31:369-384
4. J. Chatterjee, D.P. Henry, F. Ma, P.K. Banerjee. An efficient BEM formulation for three-dimensional steady-state heat conduction analysis of composites. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2008, 51:1439–1452.

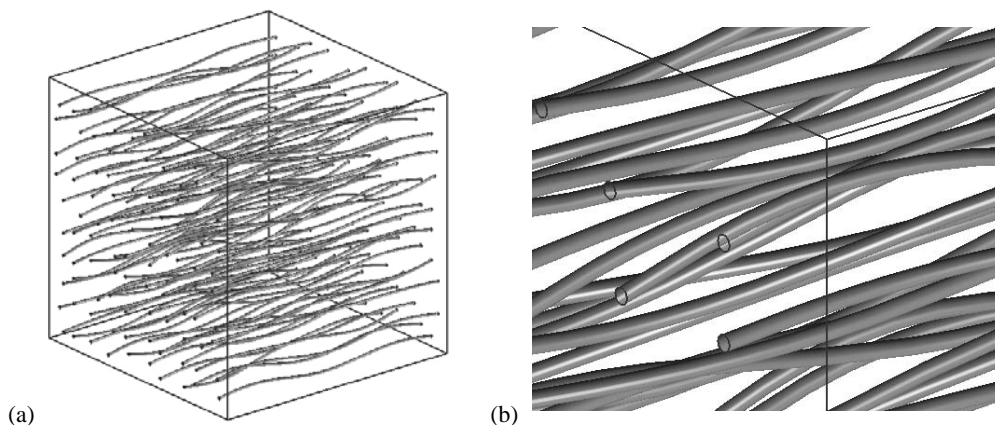


图1: 含大量自由形状通孔的复杂结构: (a)整体结构; (b)局部放大结构

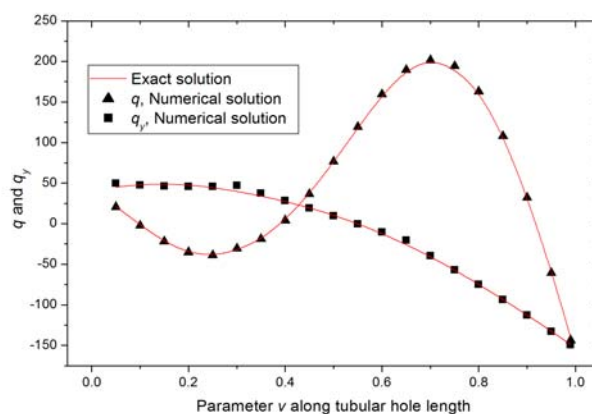


图2: 复杂结构小孔处边界评估点流量 q 和其分量 q_y 变化